

Deures estiu matemàtiques 4t ESO

Curs 2017/18

Procediments: Cal copiar tots els enunciats per ordre, en els fulls quadriculats on facis els exercicis.

Radicals

1.- El costat d'un cub fa $10^{2/3}$ cm i el d'un altre $90^{1/3}$. Quin dels dos té més volum?

2.- Expressa com a un únic radical:

a) $2\sqrt{3}$ b) $\sqrt{\sqrt{7}}$ c) $\sqrt{8} - \sqrt{2}$ d) $2\sqrt[3]{5}$ e) $2^2 2^{3/2}$ f) $(\sqrt{7})^3$

3.- Realitza les següents operacions i simplifica al màxim:

a) $(8 + \sqrt{3}) \cdot (8 - \sqrt{3}) =$

b) $(-2\sqrt{10})^3 =$

c) $(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) =$

d) $(3 + \sqrt{2})^2 =$

e) $(-7\sqrt{6})^2 =$

f) $(4 + \sqrt{5}) - (4 - \sqrt{5}) =$

4.- Calcula i simplifica els resultats:

a. $2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 7\sqrt{27} + 3\sqrt{9} =$

b. $-3\sqrt{8} - 5\sqrt{18} + 8\sqrt{98} - \sqrt{162} =$

c. $6\sqrt{24} - 10\sqrt{3} + \sqrt{75} =$

5.- Racionalitza les expressions fraccionaries següents:

a) $\frac{1}{\sqrt{5}} =$

c) $\frac{6-\sqrt{2}}{6+\sqrt{2}} =$

b) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} =$

d) $\frac{11+\sqrt{6}}{\sqrt{18}} =$

6.- Calcula:

a) $\frac{2^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[4]{2}} =$

f) $\frac{\sqrt{12}-4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$

b) $\sqrt{8 \sqrt[3]{4 \sqrt[4]{32}}}$

g) $\frac{2}{\sqrt{3}} + 5 =$

c) $-\frac{\sqrt{18}}{3} + \frac{\sqrt{32}}{5} - \sqrt{72} + \sqrt{2} =$

h) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^5} =$

d) $\frac{\sqrt{3} \cdot 27^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{9}} =$

i) $\frac{\sqrt{2} \cdot 8^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{2} \cdot 16^{\frac{1}{3}}} =$

e) $(\sqrt{3}-2\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) =$

j) $\left[\sqrt[6]{2^3 x^3 y}\right]^4 =$

Polinomis

1. Donats els polinomis següents :

$$A(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1 \quad B(x) = -x^2 + 2x + 3$$

$$C(x) = x^2 - 4x \quad D(x) = x - 2, \text{ troba :}$$

$$a) 3A(x) - 5B(x) + \frac{1}{2}C(x) = \quad b) \frac{A(x)}{D(x)} = \quad (\text{Ruffini})$$

$$c) \frac{A(x)}{B(x)} = \quad d) (C(x))^2 =$$

2. a) Enuncia el teorema del residu.

- b) Aplica el teorema per obtenir el valor de k que fa que la divisió

$$\frac{x^3 + kx^2 + 3x - 1}{x + 2} \text{ doni de residu } -7.$$

3. Factoritza els següents polinomis :

a) $x^2 - 4$

b) $x^2 + 4x + 4$

c) $x^3 + 2x^2$

d) $3x^2 + 9x - 30$

e) $4x^2 - 4x - 3$

f) $x^3 + 4x^2 + 4x + 3$

g) $-2x^3 + 10x^2 + 24x - 42$

4. Troba els valors de M per tal que el polinomi $P(x) = 3x^2 + Mx - 8$ sigui divisible per $x - 2$.

5. Troba el valor numèric per els següents polinomis en cada cas :

a) $A(x) = x^2 - 5x + 1$ per a $x = -2$ i per a $x = -\frac{2}{3}$.

b) $B(x) = 3x^2 - 2x + 4$ per a $x = -3$ i per a $x = \frac{1}{2}$.

6. Donats els polinomis $P(x) = 2x^4 - 10x^3 + 11x^2 - 15x + 10$ i

$Q(x) = 2x^2 + 5$ feu la divisió $\frac{P(x)}{Q(x)}$ i després comproveu el resultat

mitjançant la regla de la divisió.

7. Troba les arrels dels següents polinomis i descomposa'ls en factors :

a) $6x^2 - 11x + 3$

b) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$

c) $x^3 - 8x^2 + 16x$

d) $3x^4 - 3x^2 - 36$

e) $5x^3 + 2x^2 - 14$

8. Sense fer la divisió, calcula el residu de :

(aplicant el teorema del residu)

a) $\frac{x^5 - 6}{x - 1} =$

b) $\frac{x^6 - 1}{x + 1} =$

Fraccions algebraiques

1.- Calcula el mcm i el mcd d'aquets polinomis:

$$p(x) = x^2 - 1$$

$$q(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$z(x) = x^3 - x$$

2.- Simplifica les següents fraccions:

$$a) \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 5x + 4} =$$

$$b) \frac{x^2 - 4}{x + 2} =$$

$$c) \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4} =$$

3.- Fes les operacions següents:

$$a) \frac{x+1}{3} \cdot \frac{x+2}{x-1} =$$

$$b) \frac{\frac{x+1}{3}}{\frac{x+2}{x-1}} =$$

$$c) \frac{x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+x}{x} =$$

$$d) \frac{\frac{x-1}{x}}{4} =$$

5.- Calcula les sumes i restes següents:

$$a) \frac{4x}{x^2-1} + \frac{4}{x+1} =$$

$$c) \frac{3x}{x^2+x-2} - \frac{6}{x+2} =$$

$$b) \frac{4}{x+1} + \frac{2}{x-1} =$$

$$d) \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x}{3} =$$

Equacions, sistemes, inequacions i problemes

1.- Resol:

a.) $10x^2 + 3x - 10 = 0$

b.) $\frac{x-1}{x+3} = \frac{x+1}{2x}$

c.) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

d.) $2 + \sqrt{19 - 2x} = x$

2.- Resol:

a.)
$$\begin{cases} 2x - 7y = -5 \\ -5x + 9y = 4 \end{cases}$$

b.)
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

c.)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ -2x + 7y = 5 \end{cases}$$

d.)
$$\begin{cases} 2x + 2y = 7 \\ xy = \frac{3}{2} \end{cases}$$

3.- Resol les següents inequacions:

a.) $2(x-8) - 4x < 7 - 3(1-x)$

b.) $\frac{x-1}{10} + \frac{2x-3}{6} \leq \frac{-4+x}{15} + \frac{x-5}{30}$

4.- Resol

a.) $11 - 5x + 3 > x - 4$

b.) $8 + 3x + 6 < 4x + 4 + x$

5.- Resol:

a.) $\frac{x^2 - 21}{4} = \frac{4x^2 - 9}{x^2}$

c.) $1 + \sqrt{25 - x^2} = x$

b.) $x^6 - 25x^3 - 54 = 0$

d.) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

- 1.- Dos jugadors de futbol han marcat durant la lliga 45 gols. Si un d'ells ha aconseguit fer 7 gols més que l'altre, quants n'ha fet cadascú?
- 2.- Reparteix 1800 € entre dues noies de tal manera que l'una rebi 400 € menys que l'altre.
- 3.- Cerca un nombre el quadrat del qual sigui igual a tres vegades aquest nombre més 4.
- 4.- Troba un nombre que sumat amb el triple del seu quadrat sigui 80.
- 5.- Troba un nombre el quadrat del qual excedeixi en 5 el quàdruple d'aquest nombre.
- 6.- Un rectangle té 5 m més de llargada que d'amplada. Si la superfície és de 336 m², troba quines dimensions té.
- 7.- Si augmentem els dos costats paral·lels d'un quadrat en 3 m i els altres dos en 5 m, la superfície del rectangle resultant és de 440 m². Quant feia el costat del quadrat primer?

Trigonometria

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES AMB LA CALCULADORA

1. Escribe el valor de $\operatorname{tg} 76^\circ =$ i de $\cos 38^\circ 15' 43'' =$
(arrodonits a 2 xifres decimals)
2. Escribe en graus, minuts i segons , l'angle $39'87132^\circ =$
- 3.- Escribe el valor dels angles α i β sabent que $\cos \alpha = 0.83$ i $\operatorname{tg} \beta = 2.5$
- 4.- Sabent que $\operatorname{tg} \beta = 0.6924$, escribe el valor de $\cos \beta =$

RESOLUCIÓ DE TRIANGLES RECTANGLES

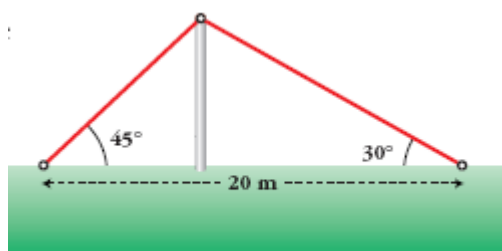
1. Per determinar l'altura d'un pal ens hem allunyat 7 m de la seva base, hem mesurat l'angle que forma la visual al seu punt més alt amb l'horitzontal i que és de 40° . Fes un dibuix esquemàtic de la situació i calcula l'altura del pal.
2. Completa la taula següent:

	30°	45°	60°
$\sin \alpha$			
$\cos \alpha$			

3. Resol els següents triangles rectangle en $\hat{C} = 90^\circ$. Trobant la mesura de tots els elements desconeguts:

- | | |
|---|-----------------------------------|
| a) $a = 5 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, | Troba c , $\hat{A}$, $\hat{B}$ |
| b) $a = 43 \text{ m}$, $A = 37^\circ$. | Troba b , c , $\hat{B}$ |
| c) $a = 7 \text{ m}$ $B = 58^\circ$ | Troba b , c , $\hat{A}$ |
| d) $c = 5,8 \text{ Km}$; $A = 71^\circ$ | Troba a , b , $\hat{B}$. |

4. Si volem que una cinta transportadora de 25 m elevi la càrrega fins a una altura de 15 metres. Quin angle s'haurà d'inclinar la cinta?
5. Una persona de 1,78 m d'estatura projecta una ombra de 66 cm i en aquest moment un arbre dóna una ombra de 2,3 m.
 - a) Quin angle formen els rajos del sol amb l'horitzontal.
 - b) Quina és l'altura de l'arbre?
6. Calcula els costats iguals i l'àrea d'un triangle isòsceles el costat desigual mesura 24 cm. I l'angle oposat a la base mesura 40° .
7. El costat d'un rombe mesura 8cm i l'angle menor és de 38° . Quan mesuren les diagonals del rombe?
8. La longitud d'un costat d'un octògon regular és de 8 cm. Troba la longitud de la circumferència inscrita i circumscrita.
9. Hem col·locat un cable sobre un pal que el subjecte com mostra la figura. Quant mesura el pal i el cable?



APLICACIÓ DE LA PROPIETAT FONAMENTAL.

10. Aplicant el teorema de Pitàgores, observa la fórmula fonamental de la trigonometria: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- 11.- Troba les restants raons de l'angle α :
 - a) $\sin \alpha = -4/5$
 - b) $\cos \alpha = 2/3$
 - c) $\tan \alpha = -3$

Funcions

- Amb una corda de 60 cm de longitud lligada pels extrems construïm rectangles. Escriu la funció que dona l'altura en funció de la base x .
- Un tren AVE surt de la ciutat A i es dirigeix a al ciutat B, que dista 950 Km de la ciutat A. Si la velocitat del tren és 220 Km/h, quina és la funció que dona la distància d del tren a la ciutat B en funció del temps t .
- En un port esportiu, el lloguer d'una moto aquàtica costa 12 euros i després es paga 2 euros per minut.
 - Quina és la funció que dona el cost d'un trajecte C en funció del temps t ?
 - Si s'han pagat 62 euros, durant quants minuts s'ha navegat?
- Un rebut de la llum consta d'una part on s'inclouen apartats fixos i que val 22 euros i una altra part que depèn dels quilowatts q consumits, que té un cost de 9 euros per cada quilowatt consumit.
 - Quina és la funció que dona el preu a pagar P en funció dels quilowatts consumits q .
 - Quin és el preu a pagar per a una família que ha consumit 40 kw.
 - Quant ha consumit una família que ha pagat 202 euros?
- Donades les funcions : $f(x) = \frac{2}{x^2 + 2x + 1}$ i $g(x) = \frac{3}{x + 1}$, calcula :
 - $(f + g)(x)$
 - $(f - g)(x)$
 - $(f \cdot g)(x)$
 - $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$
- Donades les funcions : $f(x) = \frac{4x}{x^2 - 9}$ i $g(x) = \frac{2}{x + 3}$, calcula :
 - $\left(\frac{f}{g}\right)(x) =$
 - $(f + g)(x) =$

7. Donades les funcions : $f(x) = 2x + 1$ i $g(x) = \frac{x-2}{x+3}$, calcula :

a) $(f + g)(2)$ b) $(g \circ f)(x)$ c) $\left(\frac{f}{g}\right)(-1)$ d) $f^{-1}(x)$

8. Siguin les funcions $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ i $g(x) = \frac{x}{x-2}$, trobeu :

a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$

9. Trobeu les funcions inverses de :

a) $f(x) = 3x + 4$ b) $f(x) = \frac{2}{x-1}$

10. Donada la funció $f(x) = \frac{x+1}{2x-2}$, calcula :

a) Imatges de 2 i de $\frac{3}{4}$.

b) Antiimatges de -3 i $1/2$

11. Donada la funció $y = -2x^2 + 4x + 16$

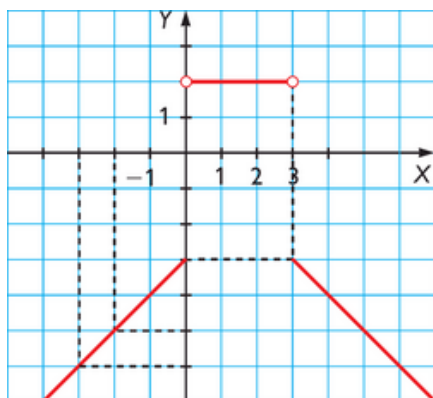
a) Trobar els punts de tall amb els eixos

b) Trobar les coordenades del vèrtex

c) Fes un gràfic aproximat.

d) Determinar el recorregut.

12. Troba l'expressió algebraica de la següent funció:



13. Representa la funció $f(x) = \begin{cases} x-3 & \text{si } x < 2 \\ -x+3 & \text{si } 2 \leq x < 5 \\ -2 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$

Estudia el domini, el recorregut i la continuïtat.

14. Troba l'equació de la recta que passi pels punts $(-4, 5)$ i $(1, 3)$.

15. Troba l'equació de la recta paral·lela a $y = 2x-3$ i que passa pel punt $(1, 5)$.

16. Una recta passa pel punt $(2,5)$ i pel punt on es tallen els gràfics de les rectes $y = x-2$ i $y = -2x-11$. Troba la seva equació.

17. Sigui la paràbola $y = -2x^2 + 16x - 30$, determina :

- a) Els punts de tall amb els eixos.
- b) El seu vèrtex i eix de simetria..
- c) Representa el seu gràfic, indicant-ne el recorregut.

18. Representa el gràfic de $y = \frac{1}{x}$, indicant també el domini i el recorregut.

19. Troba les equacions de les funcions següents :

- a) Recta que passa pels punts $(2,4)$ i $(4,8)$.
- b) Recta que passa per dos punts. Un punt és el punt de tall de la recta $y = 4x + 3$ amb l'eix d'ordenades. I l'altre punt és el punt d'intersecció de les rectes $y = 2x + 2$ i $y = -3x$.

20. Troba els punts del pla on es tallen els gràfics de les funcions :

- a) $y = 2x^2 - 8x + 7$ i $y = 2x - 5$.
- b) $y = x^2 - 2x + 2$ i $y = x + 2$.

21. Representa i estudia les següents funcions, indicant-ne el recorregut i els punts de discontinuïtat :

$$a) f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x-2 & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ 6 & \text{si } x \geq 4 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x < 2 \\ x-1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ x & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

22. Representa en un mateix gràfic les funcions $f(x) = 3^x$ i $g(x) = (1/3)^x$. Indica el domini, recorregut, creixement i punts de tall amb els eixos de cadascuna. Compara els gràfics de ambdues funcions.

Combinatòria

- De quantes maneres es poden distribuir quatre premis diferents entre 10 nois de manera que :
 - Cada noi només pot tenir un premi.
 - Cada noi pot tenir més d'un premi.
- Calcula les possibilitats que tenim si volem repartir 7 llibres diferents entre 4 persones.
- Quantes paraules diferents es poden formar amb la paraula:
 - PORTA
 - ORDINADOR
- Hem de col·locar en fila 4 llibres diferents de matemàtiques, 6 diferents de física i 2 diferents de química. De quantes maneres és possible ordenar-los?
- En Joan, la Carla, en Marc, en Martí, la Maria i l'Aina han anat al teatre. De quantes maneres diferents podran seure en una fila de butaques?
 - En sortir del teatre han anat a un restaurant a sopar. De quantes maneres diferents es poden asseure en una taula rodona?

6. Considerant només les xifres imparelles :
- a) Quants nombres de 5 xifres es poden formar si els nombres no es poden repetir?
 - b) Quants d'aquests nombres son majors de 70000 ?
 - c) Resol els apartats anterior pel cas en que els nombres puguin repetir-se.